

6 класс областная 2009

Задача 1

У Коли было два деревянных кубика. На первом кубике на одной грани он написал букву А, на другом на трёх гранях он написал буквы Э, Ю, Я. Покажите, как ему дописать на грани кубиков буквы (по одной букве на грань) так, чтобы из этих кубиков можно было составить двухбуквенные сокращения всех дней недели: ПН, ВТ, СР, ЧТ, ПТ, СБ и ВС.

Решение

Один кубик Э,Ю,Я,Н,С,Т, второй кубик А, Ч, Р, В, Б, П

Задача 2

Запишите число 2009 при помощи нескольких одинаковых цифр, скобок и знаков арифметических операций. При этом разрешается использовать не более 12 цифр. Из цифр можно составлять числа.

Решение

Задача 3

Для празднования дня рождения Петя покупал пирожные разных сортов. Если пирожное стоило N рублей, то Петя покупал такое количество этих пирожных, которое отличается от N не более, чем на 1. За все пирожные Петя заплатил 2009 рублей. Докажите, что среди купленных Петей пирожных есть такие, что они стоят M рублей, и Петя купил их ровно M штук (Каждое пирожное стоит целое число рублей).

Решение

От противного: пусть это не так, тогда $N*(N-1)+K*(K+1)+...+P*(P+1)=2009$. И нет слагаемых вида $M*M$. Тогда любое число вида $N*(N-1)$ и $K*(K+1)$ будет необходимо четным (т.к. это произведение 2-х рядом стоящих чисел, а значит вся сумма будет четной, получаем противоречие, т.к. 2009 нечетное.

Задача 4

У продавца есть чашечные весы. Помогите продавцу придумать набор из 4 гирь, с помощью которых он сможет взвешивать на этих весах любое целое число килограммов от 1 до 12. При каждом взвешивании можно использовать не более двух гирь; гири можно ставить на разные чашки весов.

Решение

Набор 1,2,6,10. Числа $1=(1)$, $2=(2)$, $3=(1+2)$, $4=(6-2)$, $5=(6-1)$, $6=(6)$, $7=(6+1)$, $8=(6+2)$, $9=(10-1)$, $10=(10)$, $11=(10+1)$, $12=(10+2)$

Задача 5

Из квадрата 7×7 вырезали одну клетку, а оставшуюся часть разрежали на одинаковые лесенки. Как это сделать, получив наименьшее количество лесенок? Объясните, почему нельзя обойтись меньшим числом лесенок. (Лесенкой называется фигура из всех клеток некоторого квадрата, лежащих по одну сторону от его диагонали).

Решение:

В квадрате 49 клеток. Вычтем одну - останется 48. Лесенки размера 3 на 3 (в каждой 6 клеточек), 8 штук заполнят 48 клеточек. Легко нарисовать. Лесенки большего размера не подходят по сумме клеток.