

Олимпиадные задачи - Листок 9

Задача 1

Представьте себе корабль со спущенной на воду верёвочной лестницей вдоль борта. У лестницы 10 ступенек. Расстояние между ступеньками 30 см. Самая нижняя ступенька касается воды. Начинается прилив, который поднимает воду каждый час на 20 см. Через какое время покроется водой третья снизу ступенька лестницы?

Решение

Корабль поднимается вместе с водой. Ответ: никогда.

Задача 2

Король пожелал сместить своего министра, не слишком обидев его. Он подозвал министра к себе и предложил выбрать один из двух листочков, пояснив, что на одном написано: 'Останьтесь', а на другом - 'Уходите'. Листок, который вытащит министр, решит его судьбу. Министр догадался, что на обоих листках написано 'Уходите'. Помогите министру сохранить его место!

Решение

Министр должен выбрать любой листок, но не читать его. А требовать показать оставшийся. Если на оставшемся будет 'Уходите', то тот, который он выбрал должен означать 'Останьтесь'.

Задача 3

Сын отца профессора разговаривает с отцом сына профессора, а профессор в разговоре не участвует. Может ли так быть?

Решение

Да, может. Сын отца - это брат профессора. А отец сына - это муж профессора, а профессор - женщина.

Задача 4

Какое число в 7 раз больше своей последней цифры?

Решение

Однозначное число не подходит. Рассмотрим двузначное. $10x+y=7y$, отсюда $5x=3y$, отсюда $x=3$, $y=5$, отсюда $10x+y=10*3+5=35$

Ответ: 35

Задача 5

Серёжа записал пятизначное число и умножил его на 9. К своему удивлению, он получил в результате число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Какое число записал Серёжа?

Решение

$$[abcde]*9=[edcba]$$

Если первая цифра больше одного - то при умножении на 9 число перестанет быть 5-и значным. Поэтому $a=1$. Если $b \geq 2$, то $12000*9 > 100000$, поэтому $b=0$ или $b=1$

Если $b=1$, тогда $[11cde]*9=[edc11]$, отсюда при записи в столбик $e=9$, но и $d=9$. А такого не может быть, т.к. $9*e=9*9=81$, а затем $9*9+8=89$, и вниз при умножении в столбик опускается 9-ка, а должна была бы опуститься 1-ка.

Если $b=0$, тогда $9*e=9*9=81$. Цифра $d=8$, т.к. только в этом случае $9*d=9*8=72$ и $+8=80$ и вниз опустится 0. А в следующий разряд перейдёт 8. Последняя неизвестная цифра $c=9$, т.к. тогда $9*c=9*9=81$, тогда $81+8=89$, девятка опустится вниз, а 8-ка перейдёт в следующий разряд.

Ответ: 10989

Задача 6

В арифметическом ребусе $ДУБ+ДУБ+\dots+ДУБ=РОЩА$ требуется разные буквы заменить разными цифрами, одинаковые - одинаковыми. Какое наибольшее число дубов может быть в роще?

Решение

Берём минимальное 3-х значное число, чтобы как можно больше влезло в 9999. Минимальным, состоящим из разных цифр, будет 102. Начинаем с 99-и и спускаемся до $102*93=9486$, берём $103*95=9785$, большие 103 уменьшаются меньше 95-и раз.

Ответ: 95

Задача 7

Расшифруйте животноводческий ребус $Б+БЕЕЕ=МУУУ$

Решение

$$1+1999=2000$$

Задача 8

Какое наибольшее число сторон может иметь многоугольник, являющийся пересечением четырёхугольника и треугольника.

Ответ: 8, см. рис 1.