

Олимпиадные задачи - Листок 18

Задача 1

Парламент

В парламенте у каждого депутата не более трёх врагов. Докажите, что парламент можно разбить на два комитета так, что у каждого парламентария в его комитете будет не более одного врага. (Считается, что если В — враг А, то и А — враг В.)

Задача 2

Средняя скорость

Дорога между двумя горными сёлами А и В идёт то в гору, то под гору. Автобус, который развивает среднюю скорость 30 км/ч в гору и 60 км/ч под гору, проехал из А в В и обратно. Какова была его средняя скорость на всём пути?

Задача 3

Нарушитель

В городе Запрещаевске в метро строго запрещено провозить предметы, длина, ширина или высота которых превосходит 1 м. Тем не менее первокласснику Васе удалось провезти лыжи длиной 1,5 м. Как?

Задача 4

Гирьки

На шесть внешне одинаковых гирь, массы которых составляют 1 г, 2 г, . . . , 6 г, наклеены таблички с надписями $\langle 1 \text{ г} \rangle$, $\langle 2 \text{ г} \rangle$, . . . , $\langle 6 \text{ г} \rangle$. Как на чашечных весах за два взвешивания определить, правильно ли наклеены таблички?

Задача 5

Бурьян

Участки садового товарищества занимают площадь 100×100 м, причём размер каждого участка равен одной сотке (10×10 метров). Девять участков нерадивых садоводов поросли бурьяном. Если для некоторого участка в какой-то момент оказалось, что два или более соседних по стороне участка поросли бурьяном, то на следующий год порастает и он. Докажите, что, тем не менее, все участки садового товарищества бурьяном не зарастут.

Задача 6

Гномы

За круглым столом сидят семь гномов. Перед каждым стоит кружка. В некоторые из этих кружек налито молоко. Один из гномов разливает своё молоко в кружки остальных поровну. Затем его сосед справа делает то же самое. Затем то же самое делает следующий сосед справа и т. д. После того, как последний, седьмой гном разлил всем остальным своё молоко, в каждой кружке оказалось столько же молока, сколько в ней было вначале. Во всех кружках вместе 3 литра молока. Сколько молока было первоначально в каждой кружке?

Задача 7

Обиженная мать

Молодой человек живёт в Москве возле станции метро. Когда он едет к девушке, то садится в поезд, подходящий к платформе со стороны центра города. Когда же едет к матери, то садится в поезд, идущий в центр. Молодой человек приходит на станцию каждый день в разное время и садится на первый попавшийся поезд. По каждому из направлений поезда ходят с одинаковым интервалом 3 минуты. Тем не менее, молодой человек бывает в гостях у девушки примерно в 10 раз чаще, чем в гостях у матери. Почему?

Задача 8

Коням тесно

Какое наибольшее число коней можно расставить на шахматной доске так, чтобы никакие два не били друг друга?

Задача 9

Упрямый жучок

Вы держите один конец очень эластичного резинового шнура длиной 1 м. От второго его конца, который закреплён к вам со скоростью 1 см/с ползёт жук. Каждый раз, когда он проползает 1 см, вы удлиняете резинку, отступая на 1 метр. Доползёт ли жук до вашей руки?

Задача 10

Замоещение уголками

Из клетчатой доски размером $2n \times 2n$ клеток ($n \geq 1$) вырезали одну из клеток. Докажите, что оставшуюся часть можно замостить уголками из трёх клеток.