

СЛОЖНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ(**)

- ЛИСТОК 15

1. Метод неопределённых коэффициентов

№1 Простые

Дано:

$$\begin{cases} x + y + z = 13, \\ 7x + 3y = -9; \end{cases}$$

Найти: $5x + y - 2z$

№2 Сложные

$$\begin{cases} \frac{s}{x-y+2z+3w+t} = 1, \\ \frac{s}{2x+y+z-w-2t} = \frac{1}{2}, \\ \frac{s}{-x+2y-z+2w+t} = \frac{1}{3}; \end{cases}$$

Найти: $\frac{s}{6x-3y+3z-11w-8t}$

2. Деление и замена (когда ищем частное)

Дано:

$$x > 0, y > 0, S > 0 \begin{cases} \frac{S}{y} + 1 = \frac{S}{x}, \\ y + 2x = \frac{7S}{6}; \end{cases}$$

Найти: $\frac{x}{y}$

3. Особые 3-уравнения

Дано:

$$x, y, z, t, S > 0 \begin{cases} tx = (t-2)y = (t-\frac{5}{2})z, \\ \frac{S}{x} - \frac{7}{2} = \frac{S}{z}; \end{cases}$$

4. Подлые отношения

Дано:

$$x, y \neq 0, z > 0 \begin{cases} \frac{\frac{3}{8}x + \frac{2}{5}z}{\frac{5}{8}x + \frac{1}{3}y} = \frac{3}{5}, \\ \frac{\frac{3}{8}x + \frac{2}{5}z}{\frac{7}{3}x + \frac{3}{5}z} = \frac{3}{2}; \end{cases}$$

Найти: $\frac{xz}{y^2}$

5. Использование формулы $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$

$$\begin{cases} (x+y)^2 - z^2 = 4, \\ (y+z)^2 - x^2 = 2, \\ (z+x)^2 - y^2 = 3; \\ x^2 + 2yz = 1, \\ y^2 + 2xz = 2, \\ z^2 + 2xy = 1; \end{cases}$$

6. Вычитание с целью разложения на множители

$$\begin{cases} 2x = \frac{y}{1+y^2}, \\ 2y = \frac{x}{1+x^2}; \end{cases}$$

7. Вычитание, чтобы осталось уравнение, зависящее только от одной переменной

$$\begin{cases} xy + 3y^2 - x + 4y - 7 = 0, \\ 2xy + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0; \end{cases}$$

8. Существование дискриминанта

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x - 8y + 10 = 0, \\ 2x^2 - 7xy + 3y^2 + 13x - 4y - 7 = 0; \end{cases}$$

9. Замены с корнями

$$\begin{cases} \sqrt{-1-x} - \sqrt{2y-x} = 1, \\ \sqrt{1-2y} + \sqrt{2y-x} = 4; \end{cases}$$

10. Убийственная подстановка

$$\begin{cases} y^2 - 4xy + 4y - 1 = 0, \\ 3x^2 - 2xy - 1 = 0; \end{cases}$$

11. Кажется, что подстановка или деление, а на самом деле сложение и вычитание

$$\begin{cases} xy + \frac{y}{x} = 2(x^2 + y^2), \\ xy - \frac{x}{y} = x^2 + y^2; \end{cases}$$

12. Деление или умножение применяется чаще всего (но не всегда!), когда уравнения системы содержат общие (одинаковые) части, которые исчезнут после деления/умножения

а) Если умножаем - ОДЗ расширяется - необходимо делать проверку

б) Если делим - ОДЗ сужается - отдельно проверять случаи, когда делитель равен 0

Решить систему двумя способами (делением и умножением)

$$\begin{cases} 8x + \frac{8}{y} = 3y^2, \\ y + \frac{1}{x} = 3x^2; \end{cases}$$

13. Пример, где необходимо по ходу делить и числитель и знаменатель на $y^2(x^2)$

$$\begin{cases} (x+y)(x+2y)(x+3y) = 60, \\ (y+x)(y+2x)(y+3x) = 105; \end{cases}$$

14. Замену делать всегда по максимуму

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + 2xy = \frac{21}{5}, \\ \frac{1}{2xy} + x^2 + y^2 = \frac{21}{4}; \end{cases}$$

15. Отношение неизвестных в системе 3-х $X \leftrightarrow Y \leftrightarrow Z$

$$\begin{cases} x^3 = yz, \\ y^3 = zx, \\ z^3 = xy; \end{cases}$$

16. Теорема Виетта

Для квадратного уравнения

$$\begin{cases} x + y = a, \\ xy = b; \end{cases} \Leftrightarrow \text{существует уравнение такое, что } t^2 - at + b = 0, \text{ где}$$

t_1, t_2 - корни исходной системы

Для кубического уравнения

$$\begin{cases} x + y + z = a, \\ xy + yz + zx = b, \\ xyz = c; \end{cases} \Leftrightarrow \text{существует уравнение такое, что } t^3 - at^2 + bt - c =$$

0, где t_1, t_2, t_3 - корни исходной системы

Задачи

$$1) \begin{cases} x + y + z = 6, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2}, \\ xyz = 8; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = 3, \\ \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{x}{z} = 3, \\ x + y + z = 3; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y + z = 1, \\ xy + yz + zx = -4, \\ x^3 + y^3 + z^3 = 1; \end{cases}$$

17. Неочевидные вычитания

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 37, \\ x^2 + xz + z^2 = 28, \\ y^2 + yz + z^2 = 19; \end{cases}$$

18. Перевероты

$$\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = \frac{2}{11}, \\ \frac{xz}{x+z} = \frac{1}{9}, \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{2}{17}; \end{cases}$$

19. Для решения системы решить нерешаемое уравнение 3-ей степени

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x^5 + y^5 = 1; \end{cases}$$

20. Система 2-х уравнений с 3-мя неизвестными. Система 3-ей степени.

$$\begin{cases} 2x^3 + x^2(24 - 2y - 2z) + x(80 - yz - 10y - 10z) + 65 - 9y - 9z - 4yz = 0, \\ 2x^3 + x^2(14 - 2y - 2z) - x(4 + yz) - 30 + 5y + 5z + yz = 0; \end{cases}$$

21. Ограниченность

$$\begin{cases} x^2y^2 - 2x + y^2 = 0, \\ 2x^2 - 4x + 3 + y^3 = 0; \end{cases}$$

22. Проверить неравенство

Дано:

$$v, w, S > 0 \begin{cases} 5v + 5(w - v) = S, \\ \frac{S}{w-v} + \frac{S}{w+v} = \frac{S}{v}; \end{cases}$$

Верно ли, что $\frac{S}{v} \leq 12$