

# ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ - ЛИСТОК 8

## 1. Общий метод решения

$$\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0, \\ B \neq 0. \end{cases}$$

Подробный алгоритм

1) Правильно списать пример

$$\frac{2x+2}{x^2-4x-5} - \frac{4}{x+5} = \frac{-3}{25-x^2}$$

2) Перенести все слагаемые влево ...=0

$$\frac{2x+2}{x^2-4x-5} - \frac{4}{x+5} + \frac{3}{25-x^2} = 0$$

3) Разложить каждый знаменатель на множители

$$\frac{A}{\text{()()}} + \frac{B}{\text{()()}} + \dots = 0$$

$$\frac{2x+2}{(x-5)(x+1)} - \frac{4}{x+5} + \frac{3}{(5-x)(5+x)} = 0$$

4) Разложить числитель на множители и  
сократить где это возможно со знаменателями

$$\frac{2(x+1)}{(x-5)(x+1)} - \frac{4}{x+5} + \frac{3}{(5-x)(5+x)} = 0$$

5) Сделать множители в знаменателях одинаковыми

$$\frac{2}{x-5} - \frac{4}{x+5} - \frac{3}{(x-5)(5+x)} = 0$$

6) Составить общий знаменатель  
и найти дополнительный множитель каждому числителю

$$\frac{2(x+5)-4(x-5)-3 \cdot 1}{(x-5)(x+5)} = 0$$

7) Раскрыть скобки в числителе  
и привести подобные слагаемые

$$\frac{2x+10-4x+20-3}{(x-5)(x+5)} = 0$$

8) Разложить числитель на множители  
и сократить со знаменателем

$$\frac{-2x+27}{(x-5)(x+5)} = 0$$

9) Применить условие равенства дроби 0

$$\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0, \\ B \neq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 27 = 0, (1), \\ (x - 5)(x + 5) \neq 0. (2) \end{cases}$$

10) Решить уравнение

$$\begin{aligned} -2x + 27 &= 0 \\ -2x &= -27 \\ x &= \frac{27}{2} \end{aligned}$$

11) Проверить полученные корни уравнения  
на выполнения условия (2)

при  $x = \frac{27}{2}$  условие  
 $(x - 5)(x + 5) \neq 0$  выполнено

12) Записать ответ

Ответ:  $\frac{27}{2}$ ;

## 2. Решить дробно-рациональное уравнение

- 1)  $\frac{x^2-2x}{x-1} - \frac{2x-1}{1-x} = 3$
- 1.5)  $\frac{2x-5}{x+5} + \frac{3x+4}{x+2} = 1$
- 2)  $\frac{2x-5}{3x+1} + \frac{21x+7}{2x-5} = 8$
- 2.5)  $\frac{x^2-2x}{4x-3} + 5 = \frac{16x-12}{2x-x^2}$
- 3)  $\frac{x+3}{4x^2-9} - \frac{3-x}{4x^2+12x+9} = \frac{2}{2x-3}$
- 3.5)  $\frac{30}{x^2-1} + \frac{7-18x}{x^3+1} = \frac{13}{x^2-x+1}$
- 4)  $\frac{2x-7}{x^2-9x+14} - \frac{1}{x^2-3x+2} = \frac{-1}{1-x}$
- 4.5)  $\frac{2x+7}{x^2+5x-6} + \frac{3}{x^2+9x+18} = \frac{1}{x+3}$
- 5)  $\frac{16}{(x+6)(x-1)} - \frac{20}{(x+2)(x+3)} = 1$
- 5.5)  $\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x-1)(x+4)} = 1$
- 6)  $\frac{24x}{2x^2-3x+4} = \frac{12x}{x^2+x+2} + 5$
- 6.5)  $\frac{4x}{x^2+x+3} + \frac{5x}{x^2-5x+3} = -\frac{3}{2}$
- 7)  $\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2 + \frac{x+1}{x-4} = 12 * \left(\frac{x-2}{x-4}\right)^2$
- 8)  $\frac{3}{x^2-4x+1} - x^2 = 3 - 4x$
- 9)  $\frac{x^2-10x+15}{x^2-6x+15} = \frac{3x}{x^2-8x+15}$

## 3. Выделение целой части

$$\frac{x^2+2x+2}{x+1} + \frac{x^2+8x+20}{x+4} = \frac{x^2+4x+6}{x+2} + \frac{x^2+6x+12}{x+3}$$

## 4. Использование МНК (метода неопределённых коэффициентов) для разбиения слагаемого

$$\frac{x+6}{x-6} * \left(\frac{x-4}{x+4}\right)^2 + \frac{x-6}{x+6} * \left(\frac{x+9}{x-9}\right)^2 = 2 * \frac{x^2+36}{x^2-36}$$

Указание:

$$\text{Разбить } 2 * \frac{x^2+36}{x^2-36} = \frac{\alpha x + \beta}{x-6} + \frac{\gamma x + \theta}{x+6}$$

и положить для симметрии  $\alpha = \gamma = 1$