

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БУКВЕННЫХ ВЫРАЖЕНИЙ - ПРАКТИКУМ

Листок 5

1. Дробно-рациональные

Упростить выражение

- 1) $(a - \frac{4a-9}{a-2}) : (2a - \frac{2a}{a-2})$
- 2) $(\frac{2x}{2x+y} - \frac{4x^2}{4x^2+4xy+y^2}) : (\frac{2x}{4x^2-y^2} + \frac{1}{y-2x})$
- 3) $(\frac{x+5y}{x^2-5xy} - \frac{x-5y}{x^2+5xy}) (\frac{25y^2-x^2}{5y^2})$
- 4) $\frac{x-3}{4x^2+24x+36} : (\frac{x}{3x-9} - \frac{3}{x^2+3x} + \frac{x^2+9}{27-3x^2})$
- 5) $(\frac{c}{c-2} - \frac{c}{c+2} - \frac{c^2+4}{4-c^2}) * \frac{(2-c)^2}{2c+c^2}$
- 6) $\frac{x+40}{x^3-16x} : (\frac{x-4}{3x^2+11x-4} - \frac{16}{16-x^2})$
- 7) $(\frac{a}{a^2-2a+1} - \frac{a+2}{a^2+a-2}) : \frac{1}{(2a-2)^2}$
- 8) $\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}} * (1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}) : \frac{a-b-c}{abc}$
- 9) $\frac{\frac{a-b}{2a-b} - \frac{a^2+b^2+a}{2a^2+ab-b^2}}{(4b^4+4ab^2+a^2):(2b^2+a)} (b^2 + b + ab + a)$
- 10) $(\frac{25}{b^2-5b+25} + \frac{2b}{5+b} - \frac{b^3-25b^2}{b^3+125})(b + 5 - \frac{15b}{b+5}) \frac{1}{b+5}$

2. С корнями

Упростить выражение

- 11) $\frac{a\sqrt{a+b\sqrt{b}}}{(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a-b)} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{ab}}{a-b}$
- 12) $[\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - (\frac{a-b}{a\sqrt{a-b\sqrt{b}}})^{-1}] * \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{4\sqrt{ab}}$
- 13) $(\frac{1}{2+2\sqrt{a}} + \frac{1}{2-2\sqrt{a}} - \frac{a^2+1}{1-a^2}) * (1 + \frac{1}{a})$
- 14) $(\frac{1}{(\sqrt{a})^{-1}(\sqrt{a}-6)} - \frac{3}{\sqrt{a}+6} + \frac{a}{36-a}) * (\frac{1}{\sqrt{a}-6})^{-1}$
- 15) $(\frac{a-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}} - \frac{2}{a^{\frac{3}{2}}} - \frac{1-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}}) * \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}}$
- 16) $(\frac{1+\sqrt{1-x}}{1-x+\sqrt{1-x}} - \frac{1-\sqrt{1+x}}{1+x-\sqrt{1+x}})^2 * \frac{x^2-1}{2} + \sqrt{1-x^2}$
- 17) $(\frac{x+\sqrt{x^2-4x}}{x-\sqrt{x^2-4x}} - \frac{x-\sqrt{x^2-4x}}{x+\sqrt{x^2-4x}}) : \frac{\sqrt{x^2-4x}}{3}$

Домашняя работа

Упростить выражение

- 18) $\frac{2(x^4+4x^2-12)+x^4+11x^2+30}{x^2+6}$
- 19) $((\frac{x}{y-x})^{-2} - \frac{(x+y)^2-4xy}{x^2-xy})^2 * \frac{x^4}{x^2y^2-y^4}$
- 20) $((\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}) : (\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c})) : (1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc})$
- 21) $((\frac{x^2}{y^3} + \frac{1}{x}) : (\frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x})) : \frac{(x-y)^2+4xy}{1+yx^{-1}}$
- 22) $\frac{2b+a-\frac{4a^2-b^2}{a}}{b^3+2ab^2-3a^2b} * \frac{a^3b-2a^2b^2+ab^3}{a^2-b^2}$
- 23) $\frac{(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2c}{ab})(a+b+2c)}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} - \frac{4c^2}{a^2b^2}}$
- 24) $(\frac{1}{t^2+3t+2} + \frac{2t}{t^2+4t+3} + \frac{1}{t^2+5t+6})^2 * \frac{(t-3)^2+12t}{2}$
- 25) $\frac{(a-b)^2+ab}{(a+b)^2-ab} : \frac{a^5+b^5+a^2b^3+a^3b^2}{(a^3+b^3+a^2b+ab^2)(a^3-b^3)}$

- 26) $(\frac{9}{n^2+3n+9} - \frac{2n}{3-n} - \frac{n^3+15n^2}{n^3-27}) * (n-3 + \frac{9n}{n-3}) * \frac{1}{n-3}$
 27) $(\frac{16}{x^2-4x+16} + \frac{2x}{x+4} - \frac{x^3-20x^2}{x^3+64}) * (x+4 - \frac{12x}{x+4}) * \frac{1}{x+4}$
 28) $(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab}) : (a-b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$
 29) $(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab}) * (\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b})^2$
 30) $\frac{x^3+y^3}{x+y} : (x^2-y^2) + \frac{2y}{x+y} - \frac{xy}{x^2-y^2}$
 31) $(1-a^2) : [(\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a}) * (\frac{1+a\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a})] - \frac{2}{1-a}$
 32) $(\frac{a^3+2\sqrt{2}}{4a})^{-1} * (\frac{a}{2} + \frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{2}}) * (\frac{8}{a+\sqrt{2}})^{-1}$
 33) $\frac{\sqrt{a}+a}{\sqrt{a}} - \frac{a-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{1-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{2}{a^{\frac{3}{2}}}$
 34) $(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}) * \frac{a^{\frac{3}{2}}*b^{\frac{1}{2}}}{a+b} - \frac{2a}{a-b}$
 35) $(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}) * \frac{x\sqrt{xy}}{x+y} - \frac{2y}{x-y}$
 36) $\frac{x-2}{\sqrt{2}} * (\sqrt{2} + \sqrt{x} - \frac{x+6}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}) : (x^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}})^2$
 37) $((\frac{a^2-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} + ab^{\frac{1}{2}}) : (a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}) - \sqrt{b})^2 * \frac{1}{4a}$
 38) $[(\frac{a+\sqrt[4]{ab^3}}{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ab}} - \sqrt[4]{ab}) - \frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}] * (\sqrt[4]{ab})^{-1}$
 39) $(\frac{(\sqrt{a}+1)^2-(a-\sqrt{ax}):(\sqrt{a}-\sqrt{x})}{(\sqrt{a}+1)^3-a\sqrt{a}+2})^{-3}$

3. Продолжение

- 40) Подсчитать $x^3 + 3x$, где $x = \sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \frac{1}{(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2})}$
 2) $[\frac{a^2-b\sqrt{ab}}{a-\sqrt{ab}} - \frac{1}{(a+b)^{-1}}] * 2(ab)^{-\frac{1}{2}}$
 41) $(\frac{a^2+3a\sqrt{ab}+3ab+b\sqrt{ab}}{a\sqrt{b}+2b\sqrt{a}+b\sqrt{b}} - \frac{a+\sqrt{ab}}{\sqrt{b}}) * a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$
 42) $\frac{16\sqrt[3]{x^2}+72\sqrt[3]{xy}+81\sqrt[3]{y^2}}{56\sqrt[3]{x^2}+138\sqrt[3]{xy}+27\sqrt[3]{y^2}} : \frac{4\sqrt[3]{x}+9\sqrt[3]{y}}{28\sqrt[3]{x}+6\sqrt[3]{y}}$
 43) $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$
 44) Доказать, что выражение неотрицательно $(x-y)(x-y-6) + 9$
 45) Разложить $(a+b-2)(a+b) - (a-b)^2 + 1$
 46) Упростить $(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)(a^16+b^16)(a^32+b^32)$, если $a = b + 1$
 47) Решить уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$
 48) $\frac{x^{47}+x^{46}+\dots+x+1}{x^{15}+x^{14}+\dots+x+1}$
 49) $[(1 - \frac{1+z}{1+\sqrt[3]{z}}) : (\sqrt{z}(1 - \sqrt[3]{z})) - \frac{(1-z)(\sqrt[3]{z}-1)}{1+\sqrt{z}}]^3 - z$
 50) Найти все значения, удовлетворяющие равенству $(x-y+z)^2 = x^2 - y^2 + z^2$

4. Преобразование более сложных выражений

- 51) $\sqrt{6m + 2\sqrt{9m^2 - n^2}} - \sqrt{6m - 2\sqrt{9m^2 - n^2}} - 2\sqrt{3m - n}$
 52) $\sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}} - 3\sqrt{2}$
 53) $\sqrt{57 - 40\sqrt{2}} - \sqrt{57 + 40\sqrt{2}}$
 54) $\sqrt[3]{26 - 15\sqrt{3}}(2 + \sqrt{3})$

55) $\frac{11-6\sqrt{2}}{\sqrt[3]{45-29\sqrt{2}}} + \sqrt{2}$

5. Освобождение от иррациональности в знаменателе

1) $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

2) $\frac{1}{\sqrt{a}}$

3) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}$

4) $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt[3]{b}}$

5) $\frac{1}{1-\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

6) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}}$

7) При каком значении a выражение $\sqrt{\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{7}-2}} + a$ равно 0?