

КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ

$$a * x^2 + b * x + c = 0$$

Листок 3

1. Задачи, приводящие к квадратным уравнениям

1) Геометрия прямоугольного треугольника

Дан прямоугольный треугольный со сторонами, $x + 1$, $x + 2$, $x + 3$. Найти длины сторон данного треугольника.

2) (*) Золотое сечение - деление целого на две части так, что меньшая относится к большей, как большая к целому.

Разделить отрезок длины 1 на 2-е части в пропорциях золотого сечения.

2. Решить уравнение (без использования формулы дискриминанта и прочих умных теорем)

Для решения нижеизложенных уравнений да помогут вам 2-е великие формулы

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

1) $x^2 + 2 * x + 1 = 0$

2) $x^2 - 6 * x + 9 = 0$

3) $x^2 + 10 * x + 25 = 0$

4) $x^2 - 10 * x + 16 = 0$

5) $x^2 - 10 * x + 34 = 0$

6) $x^2 - 10 * x + 10 = 0$

7) $4x^2 - 12 * x + 9 = 0$

8) $25x^2 - 10 * x + 10 = 0$

9) $16x^2 - 24 * x + 10 = 0$

10) $2x^2 - 8 * x + 8 = 0$

11) $2x^2 - 12 * x + 18 = 0$

12) $27x^2 - 18 * x + 12 = 0$

13) $4x^2 - 24 * x + 36 = 0$

14) $4x^2 - 24 * x + 20 = 0$

15) $3x^2 - 12 * x - 4 = 0$

16) $3x^2 - 15 * x - 4 = 0$

17) $3x^2 - 15 * x - 27 = 0$

18) (!!!)(*) $a * x^2 + b * x + c = 0$

3. (!!!) Дискриминант

1) Понять, что такое дискриминант и откуда он такой берётся

$$D = b^2 - 4ac$$

2) Понять как и почему от значения дискриминанта зависит количество и состав корней уравнения

4. Задачи на решение квадратных уравнений через дискриминант

- 1) $2 * x^2 - 3 * x - 5 = 0$
- 2) $-x^2 + 0.1 = 0.9 * x$
- 3) $2 * x^2 - 10 * x + 90 = 0$
- 4) Решить уравнение золотого сечения $x^2 - 3 * x + 1 = 0$

5. (!!!) Формулы чётного коэффициента b

Вывести формулу решения квадратного уравнения в случае, если коэффициент b - чётный, т.е. $b=2k$

$$a * x^2 + 2k * x + c = 0$$

6. Задачи на решение квадратных уравнений через половинный дискриминант

- 1) $3 * x^2 - 20 * x + 12 = 0$
- 2) $5 * x^2 + 22 * x - 15 = 0$

7. (!!!) Разложение квадратного уравнения на множители

Докажите, что если квадратное уравнение $a * x^2 + b * x + c = 0$ имеет корни x_1, x_2 , то верно разложение

$$a * x^2 + b * x + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

8. (!!!) Теорема Виетта

Пользуясь результатом предыдущей задачи, покажите, что если нам известны корни x_1, x_2 квадратного уравнения $a * x^2 + b * x + c = 0$, то

$$c/a = x_1 * x_2$$

$$b/a = -(x_1 + x_2)$$

9. Задачи на решение квадратных уравнений через Теорему Виетта

Теорема Виетта позволяет угадывать корни квадратного уравнения, не решая само уравнение

- 1) $x^2 - 2 * x - 15 = 0$
- 2) $x^2 - 5 * x + 6 = 0$
- 3) $x^2 + 6 * x - 91 = 0$
- 4) $x^2 - x - 56 = 0$
- 5) $2 * x^2 + 2 * x - 3 = 0$

Не решая уравнения, найдите:

- а) $x_1 + x_2$
- б) $x_1 * x_2$
- в) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
- г) $x_1^2 + x_2^2$
- д) $x_1^2 * x_2 + x_1 * x_2^2$
- е) $x_1^3 + x_2^3$

ж) $x_1^4 + x_2^4$

где x_1 и x_2 - корни уравнения

10. (!!!) Доказать теорему о сумме коэффициентов

Если сумма коэффициентов квадратного уравнения $a * x^2 + b * x + c = 0$ равна нулю, т.е. $a + b + c = 0$, то один из корней равен 1, а другой c/a

11. Задачи на решение квадратных уравнений через теорему о сумме коэффициентов

1) $3 * x^2 - 2 * x - 1 = 0$

2) $5 * x^2 + 2 * x + 7 = 0$

3) $x^2 - 10 * x + 9 = 0$

12. Экстремальные свойства квадратного уравнения

а) Задача про забор: Вы отгораживаете себе на берегу реки участок прямоугольной формы забором. При этом забор идёт только с 3-х сторон участка (со стороны реки забора нет). У Вас есть забор длины 100 метров. Как отгородить участок наибольшей площади?

б) Доказать, что при $x = -\frac{b}{2*a}$ достигается экстремум квадратного трёхчлена

в) Число 14 требуется разбить на три части так, чтобы вторая часть была вдвое больше первой и чтобы сумма квадратов всех трёх частей имела наименьшее значение.

г) Разделить данное число 18 на два слагаемых так, чтобы их произведение оказалось наибольшим.

13. Биквадратные уравнения

1) $25 * x^4 - 109 * x^2 + 36 = 0$

2) $x^4 + 5 * x^2 + 6 = 0$

14. Плюс 5 пунктов к Вашему устному счёту

Найдите квадраты следующих чисел 15,25,35,45,55,65,75,85,95

Посмотрите на результаты, поймите закономерность, позволяющую вычислять эти квадраты быстрее, чем в столбик

15. Извлечение квадратного корня в столбик

1) Подсчитайте корень из 1156

2) Подсчитайте корень из двух до 4-ого знака после запятой.

3) Решите квадратное уравнение $56 * x^2 + 138 * x + 27 = 0$.

4) (*) Обосновать алгоритм извлечения квадратного корня в столбик.