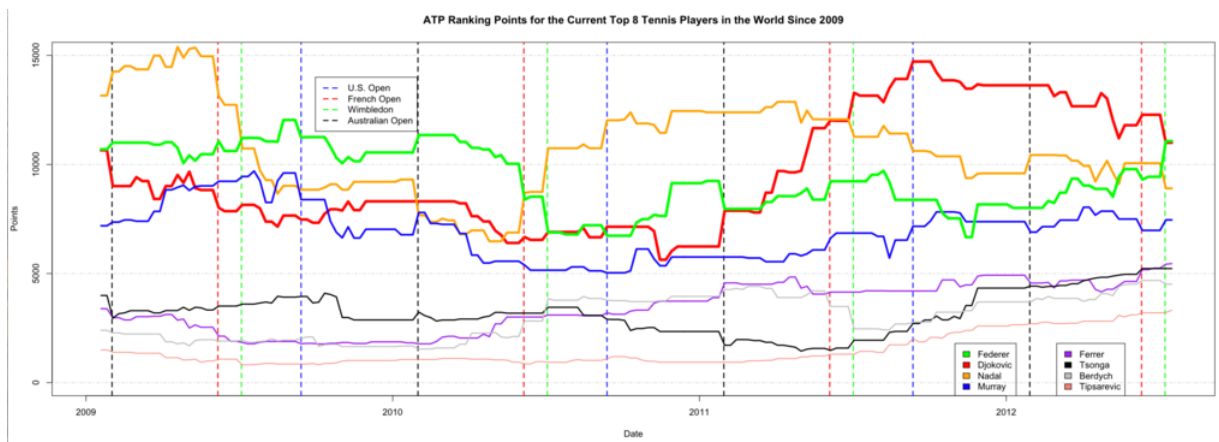


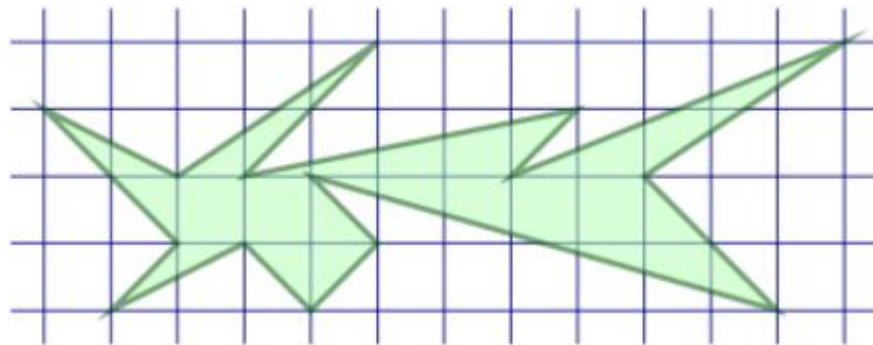
Вариант 18

Часть 1

- 1 На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и попросил залить бензин до полного бака. Цена бензина 31 руб. 20 коп. за литр. Клиент получил 1 руб. 60 коп. сдачи. Сколько литров бензина было залито в бак?
- 2 Ниже представлены графики, показывающие количество рейтинговых очков сильнейших теннисистов мира в период с января 2009 года по июль 2012. Какой игрок в течение этого периода дольше всех удерживал звание первой ракетки мира? В ответе запишите порядковый номер этого игрока в списке, приведённом справа внизу.



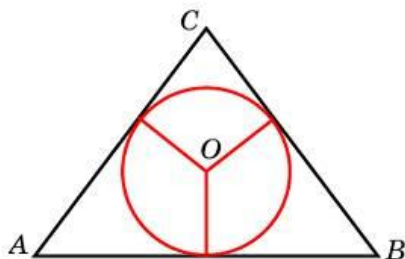
- 3 На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см \times 1 см построен многоугольник. Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



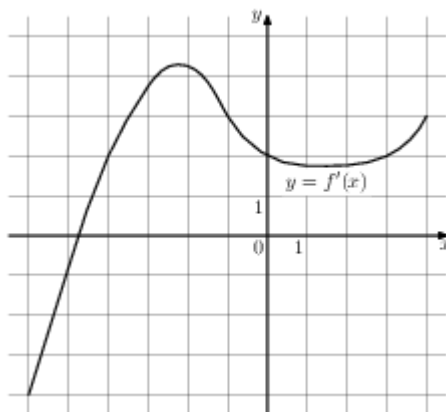
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,81. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 19.
- 5 Найдите корень уравнения

$$\sqrt{\frac{4}{3-x}} = 0,4$$

- 6 Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.



- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 8 - x$ или совпадает с ней.



- 8 Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 3.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[9]{a} \sqrt[18]{a}}{a \sqrt[6]{a}}$$

при $a = 1,25$.

- 10 Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8$ кг и радиуса $R = 10$ см, и двух боковых с массами $M = 1$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в $\text{кг} \cdot \text{см}^2$, дается формулой

$$I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$$

При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения $625 \text{кг} \cdot \text{см}^2$? Ответ выразите в сантиметрах.

- 11 Автомобиль выехал с постоянной скоростью 75 км/ч из города А в город В, расстояние между которыми равно 275 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 255 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 50 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

- 12 Найдите наибольшее значение функции

$$y = -\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 3x + 1$$

на отрезке $[1; 9]$.

- 13 а) Решите уравнение

$$\frac{(13 \sin x + 12)(29 \cos x - 21)}{(29 \sin x - 20)(13 \cos x + 5)} = 0.$$

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{3}\right]$.

- 14 Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Докажите, что сумма квадратов косинусов углов BAC_1 , DAC_1 и A_1AC_1 равна единице.

б) Найдите наименьшее возможное расстояние между точками, одна из которых лежит на прямой AC_1 , а другая – на прямой BD , если известно, что $AC_1 = \sqrt{77}$, $BD = \sqrt{41}$, $AD_1 = 2\sqrt{13}$.

- 15 Решите неравенство

$$(3^x - 2^x) \cdot \log_{x+3}(|x^2 - 2| - |x - 1|) \leq 0.$$

- 16 Средняя линия DE треугольника ABC параллельна стороне BC . Точки K и L лежат на сторонах треугольника ABC и являются серединами отрезков BD и AE соответственно. Прямые KL и BC пересекаются в точке M .

а) Докажите, что отрезок BM вчетверо короче отрезка DE .

б) Найдите площадь четырёхугольника $BKLC$, если известно, что площадь треугольника BKM равна 1.

17

Инвестор планирует вложить свои средства в размере 5 млн. руб. Ему представлены три проекта, в каждый из которых он может вложить сумму, кратную 1 млн. руб. (в том числе и не вкладывать ничего), и доходность которых спрогнозирована следующим образом:

Вложенные средства (млн. руб.)	Доход, получаемый инвестором через год (млн. руб.)		
	Проект «А»	Проект «Б»	Проект «В»
1	8	6	3
2	10	9	4
3	11	11	7
4	12	13	11
5	18	15	18

Принимая на веру представленную здесь информацию, найдите максимально возможный доход инвестора (получаемый им через год).

18

Найдите все значения параметра a , для каждого из которых неравенство

$$\left| \frac{x^2 - 3ax + 2}{x^2 + 1} \right| < 5$$

выполняется при всех x .

19

Числовая последовательность $\{F_n\}$ определяется следующим образом: первый и второй члены этой последовательности равны единице ($F_1 = F_2 = 1$), и каждый член, начиная с третьего, равен сумме двух предшествующих ему членов ($\forall n \geq 1 \quad F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$). Члены этой последовательности называются *числами Фибоначчи*.

а) Каково количество трёхзначных чисел Фибоначчи?

б) Найдите наибольший общий делитель чисел F_{99} и F_{100} .

в) Формула для n -го числа Фибоначчи, выражающая его через n , имеет вид

$$F_n = A \cdot (B^n - C^n),$$

где A , B и C – иррациональные числа. Найдите их.