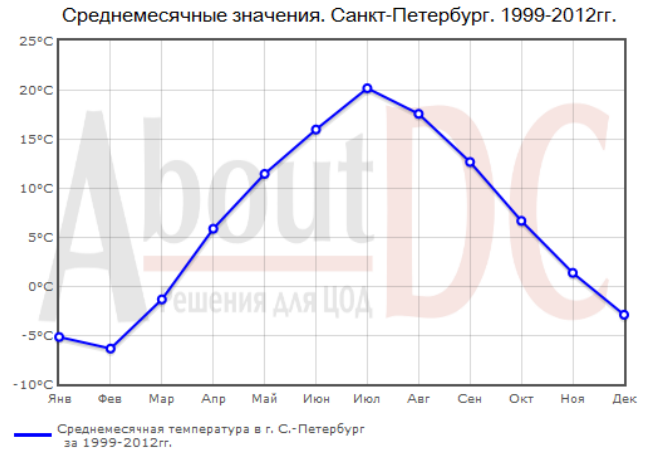


Вариант 17

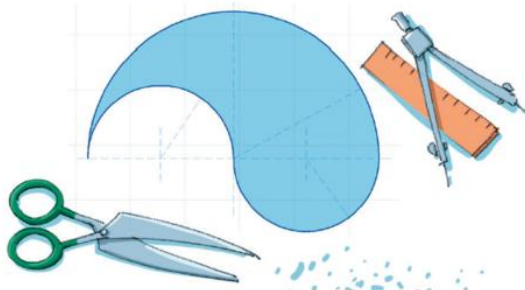
Часть 1

- 1 Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 460 рублей, а стоимость одного номера журнала — 24 рубля. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

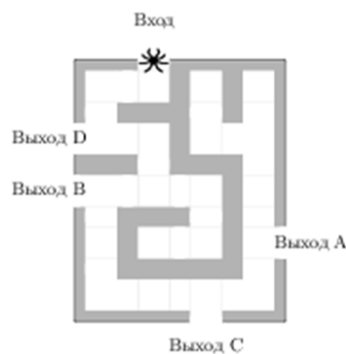
- 2 На диаграмме представлены среднемесячные значения температуры воздуха в Санкт-Петербурге по наблюдениям с 1999 года по 2012 год. Каково число месяцев со среднемесячной температурой, превышающей 8 градусов Цельсия?



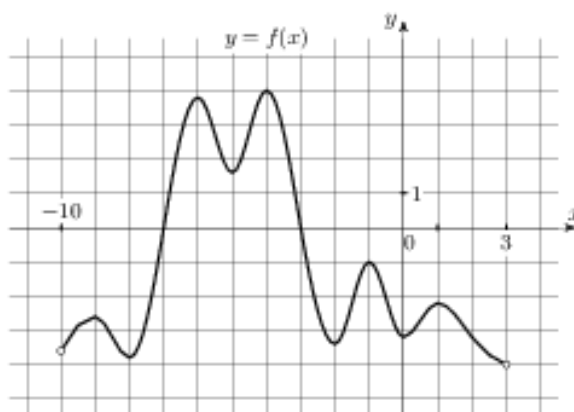
- 3 На рисунке изображена фигура, верхняя граница которой состоит из полуокружности радиуса 2 дм, а нижняя граница — из двух полуокружностей радиуса 1 дм. Найдите площадь S фигуры (в дм^2). В ответе укажите значение дроби $\frac{S}{\pi}$.



- 4 На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D .



- 5 Найдите корень уравнения $\log_{x+7} 25 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
- 6 Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен 168° . Найдите число вершин многоугольника.
- 7 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-10; 3)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-7; 2]$.



- 8 В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 88. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{6\sqrt{3} \cdot 7\sqrt{3}}{42\sqrt{3}-1}$.
- 10 Два тела, массой $m = 10$ кг каждое движутся с одинаковой скоростью $v = 6$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$, где m — масса в килограммах, v — скорость в м/с. Найдите, под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось энергии не менее 90 джоулей.

- 11 По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 65 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 700 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.
- 12 Найдите точку максимума функции $y = (x + 4)^2(x + 7) + 9$.
- 13 а) Решите уравнение
- $$(\operatorname{tg} x - 3 \operatorname{ctg} x) \sqrt{\sin 2x} = 0.$$
- б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{13\pi}{6}\right]$.
- 14 Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$ с основанием $ABCD$, сторона которого равна 8. Боковое ребро пирамиды равно 6. Точки E, F, G, H и I являются серединами рёбер AB, BC, SA, SC и SB соответственно.
- а) Докажите, что плоскость EFG проходит через точку H .
- б) Найдите объём многогранника $EFGHI$.
- 15 Решите неравенство
- $$\left(15^{2|x|} - 225^{|x+2|}\right) \cdot \log_{2-x}(x+2) \geq 0.$$
- 16 Из вершины прямого угла треугольника ABC проведена высота CD . На гипотенузе AB отмечена точка E такая, что D является серединой отрезка AE .
- а) Докажите, что длина касательной, проведённой из точки D к окружности, проходящей через точки B и E , равна длине отрезка CD .
- б) Найдите радиус окружности, проходящей через точки B, E и C , если известно, что $AC = 6$ и $BC = 8$.
- 17 Василий сдаёт вступительный экзамен в университет. Время, выделяемое абитуриентам на написание экзаменационной работы, составляет 120 минут; при этом каждому из них выдаётся по 18 чистых листов бумаги.
- Список экзаменационных задач содержит 15 уравнений и 10 неравенств. За решение каждого уравнения абитуриент получает по 2 балла, а за решение каждого неравенства он получает по 3 балла.
- На решение уравнения Василий тратит 5 минут, исписывая при этом один лист бумаги; на решение неравенства у него уходит 12 минут и 1,2 листа бумаги.
- Каково максимально возможное количество баллов, которое Василий сможет набрать на этом экзамене?

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$ax^2 + |x| = (a-1)(a+2)$$

имеет ровно три корня.

19 Альберт и Нильс играют в следующую игру. На листе бумаги написаны два столбика, в каждом по n минусов. За ход можно зачеркнуть любое число минусов в любом столбике (но не в двух сразу). Кроме того, разрешается ещё зачёркивать по минусу в двух столбиках. Первый ход делает Альберт. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

а) Кто из игроков может играть так, чтобы обеспечить себе победу (как бы ни играл соперник) при $n = 3$?

б) Кто может обеспечить себе победу при $n = 7$?

в) При каких значениях n Нильс может обеспечить себе победу?