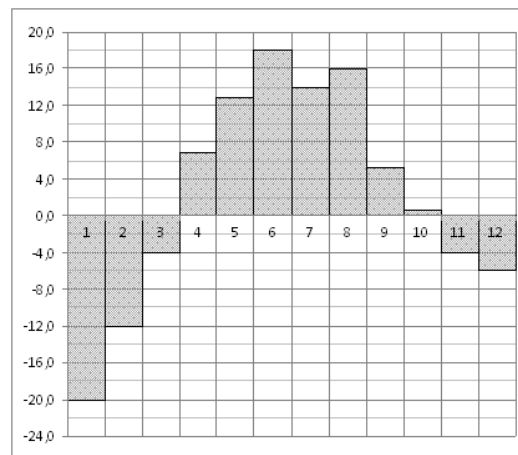


Вариант 15

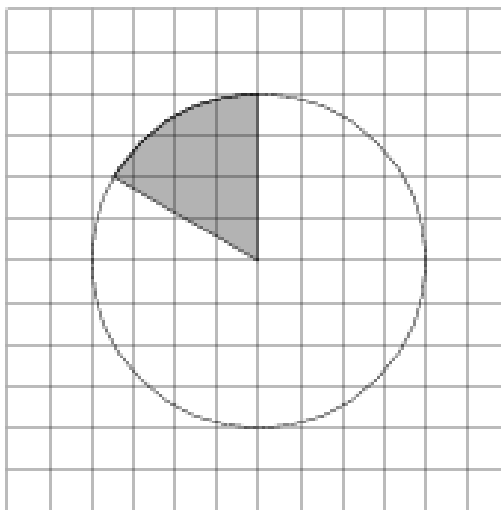
Часть 1

- 1 В университетскую библиотеку привезли новые учебники для трёх курсов, по 360 штук для каждого курса. В книжном шкафу 9 полок, на каждой полке помещается 25 учебников. Какое наименьшее количество шкафов потребуется, чтобы в них разместить все новые учебники?

- 2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру во второй половине 1973 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



- 3 На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 9?

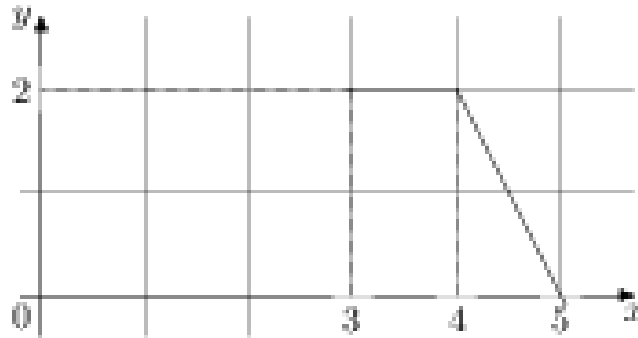


- 4 Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,07. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

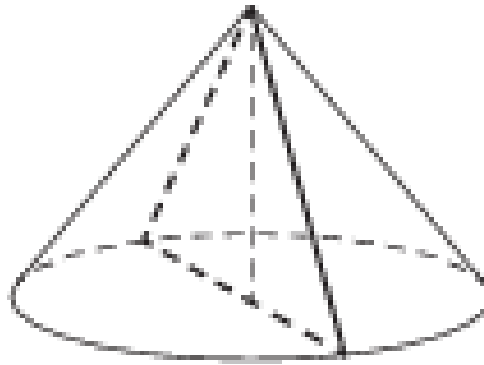
- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{27 - 6x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

- 6 В треугольнике ABC $AC = BC = 28$, $\operatorname{tg} A = \frac{20}{3\sqrt{10}}$. Найдите AB .

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(5) - F(3)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



- 8 Высота конуса равна 8, а длина образующей — 10. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.



Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{-22 \cos 32^\circ}{\cos 148^\circ}$.

- 10 (28005) Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности In , оперативности Op , объективности Tr публикаций, а также качества Q сайта. Каждый отдельный показатель — целое число от 1 до 5.

Составители рейтинга считают, что объективность ценится вдвое, а информативность публикаций — вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4In + Op + 2Tr + Q}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 8.

11 Первый садовый насос перекачивает 5 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 литров воды?

12 Найдите наибольшее значение функции $y = (x+7)^2 e^{-5-x}$ на отрезке $[-6; -4]$.

13 а) Решите уравнение

$$\frac{(\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1) \cdot (\cos 2x + 1)}{\sqrt{2} \sin x + 1} = 0.$$

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{8\pi}{7}; \frac{7\pi}{8}\right]$.

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 4. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC .

15 Решите неравенство

$$\left(25^{x^2-2x+10} - 0,2^{2x^2-4x-80}\right) \cdot \log_{\sqrt{3}}(x+4) \cdot \log_{4-x} 9 \geq 0.$$

16 Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$, перпендикулярна диагонали AC и пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от вершин B и D .

а) Докажите, что BM и BD делят угол B на три равных угла.

б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$ до прямой CM , если $DC = 6\sqrt{21}$.

17 В июле 2016 года планируется взять кредит в размере 4,2 млн. рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2017, 2018 и 2019 годов долг остаётся равным 4,2 млн. рублей;
- суммы выплат 2020 и 2021 годов равны.

Найдите r , если долг выплачен полностью и общие выплаты составили 6,1 млн. рублей.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy^2 - 2xy - 6y + 12)\sqrt{6-x} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19 Будем называть четырёхзначное число *интересным*, если среди четырёх цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трёх других из них. Например, интересным является число 6321.

а) Приведите пример двух интересных четырёхзначных чисел, разность между которыми равна трём.

б) Найдутся ли два интересных четырёхзначных числа, разность между которыми равна 111?

в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа.