

Вариант 14

- 13 а) Решите уравнение

$$(\sqrt{2} \sin x + 1) \cdot \sqrt{-5 \cos x} = 0.$$

- б) найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

- 14 Дан прямой круговой конус с вершиной M . Осевое сечение конуса – треугольник с углом 120° при вершине M . Образующая конуса равна $2\sqrt{3}$. Через точку M проведено сечение конуса, перпендикулярное одной из образующих.

- а) Докажите, что получившийся в сечении треугольник является тупоугольным.

- б) Найдите площадь сечения.

- 15 Решите неравенство

$$\log_{x-1} \sqrt{x+2} \cdot \log_3 (x^2 - 2x + 1) \geq \log_9 (10 - x).$$

- 16 В треугольнике ABC проведены две высоты BM и CN , причём $AM : CM = 2 : 3$ и $\cos \angle BAC = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

- а) Докажите, что угол ABC тупой.

- б) Найдите площадь треугольника BMN , если известно, что площадь треугольника ABC равна 5.

- 17 Инвестор Сергей имеет в своём распоряжении сумму в 1 млн. руб. и хочет вложить эти деньги в два предприятия: «А» и «Б», причём в каждое из этих предприятий планируется вложить не менее 50 тыс. руб. Известно, что если в предприятие «А» вложить t тыс. руб., то через год будет получен доход $120\sqrt{t}$ тыс. руб. (при любом $t \in [50; 1000]$). Аналогично, сумма в t тыс. руб., вложенная в предприятие «Б», через год даст доход $40\sqrt{t}$ тыс. руб. (также при любом $t \in [50; 1000]$). Каков наибольший возможный доход Сергея?

- 18 Найдите все значения параметра α из интервала $(0; \pi)$, при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4(x+y)\sin \alpha + 8\sin^2 \alpha = 2\sin \alpha - 1, \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2\sin \alpha + 4\sin^2 \alpha \end{cases}$$

имеет единственное решение.

В финале конкурса «Евровидение» принимают участие 25 стран, число голосующих стран: 42 (25 стран-участниц и 17 стран, которые в финал не попали). Каждая из голосующих стран ставит оценки странам-участницам: одной стране даётся 12 баллов, ещё одной стране – 10 баллов, последующие оценки таковы: 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1; остальные страны баллов не получают. Никакая страна не может голосовать сама за себя.

а) Каково наибольшее возможное число баллов, которое может получить страна при голосовании?

б) Возможна ли такая ситуация, при которой все страны получают одинаковое количество баллов?

в) Каково наименьшее число баллов, которого может хватить участнику для того, чтобы стать единоличным победителем?