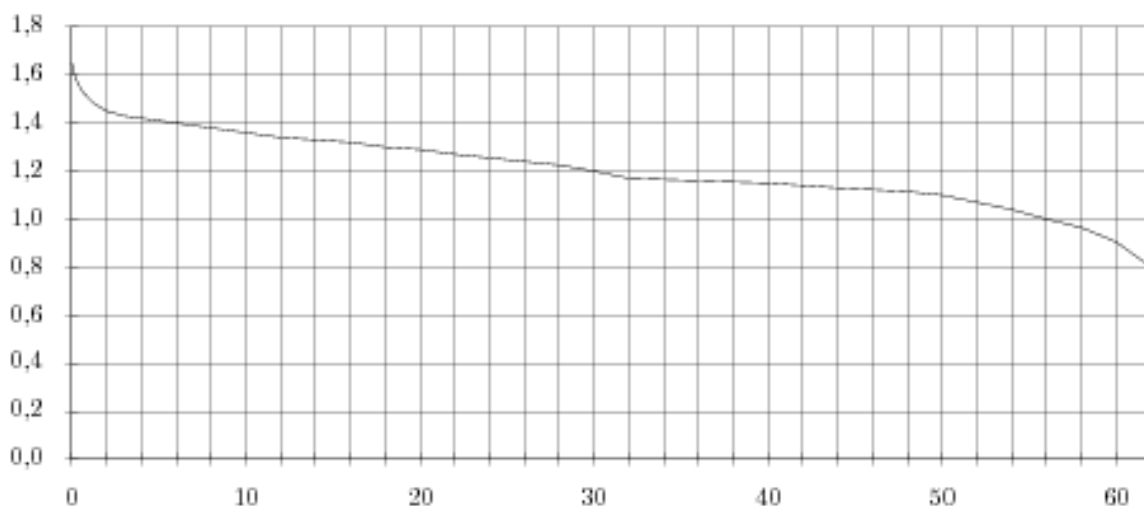


Вариант 9

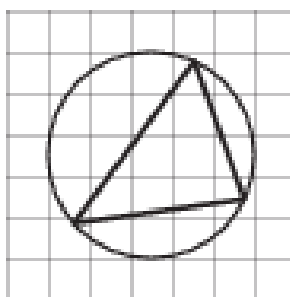
Часть 1

1 (323517) Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3300 рублей. До установки счётчиков за воду платили 800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

2 (263937) При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, через сколько часов работы фонарика напряжение уменьшится до $1,0$ вольт.



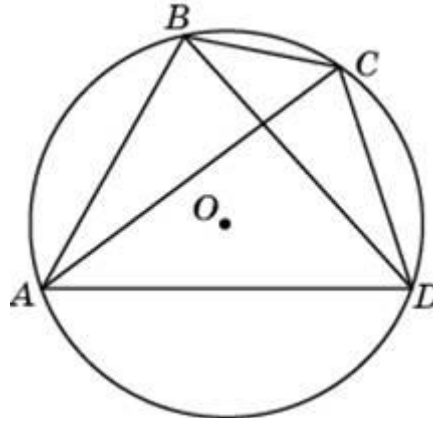
3 (324466) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



4 (320200) На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

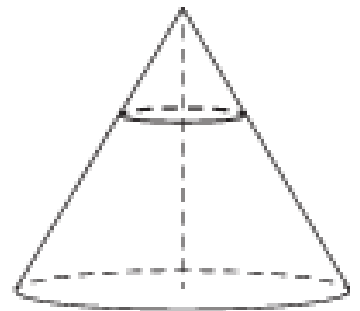
5 (77379) Решите уравнение $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$.

- 6 (27874) Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 105° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



- 7 (27485) Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.

- 8 (324454) Площадь основания конуса равна 18. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 3 и 6, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.



Часть 2

- 9 (26767) Найдите значение выражения $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$.
- 10 (28008) При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 400$ нм на дифракционную решётку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решётке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d \sin \varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решётке с периодом, не превосходящим 1600 нм?
- 11 (99594) Расстояние между городами А и В равно 150 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.
- 12 (132677) Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 841}$.

13 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x + 2015\pi\right) \cdot \sin\left(x - \frac{2015\pi}{2}\right) = \sin x.$$

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-2015\pi; -\frac{4015\pi}{2}\right]$.

14 В основании правильной пирамиды $PABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 6. Сечение пирамиды проходит через вершину B и середину ребра PD перпендикулярно этому ребру.

а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен 60° .

б) Найдите площадь сечения пирамиды.

15 Решите неравенство

$$\log_{x+\frac{2}{9}} 3 \leq \log_{\sqrt{x}} 3.$$

16 Дана окружность с центром в точке O и радиусом 5. Точка K делит диаметр AD в отношении 1:4, считая от точки D . Через точку K проведена хорда BC перпендикулярно диаметру AD . На меньшей дуге AB окружности взята точка M .

а) Докажите, что $BM \cdot CM < BA^2$.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ACBM$, если дополнительно известно, что площадь треугольника BCM равна 24.

17 Вася мечтает о собственной квартире, которая стоит 2 млн. руб. Вася может купить ее в кредит, при этом банк готов выдать эту сумму сразу, а погашать кредит Васе придется 20 лет равными ежемесячными платежами, при этом ему придется выплатить сумму, на 260% превышающую исходную. Вместо этого, Вася может какое-то время снимать квартиру (стоимость аренды – 14 тыс. руб. в месяц), откладывая каждый месяц на покупку квартиры сумму, которая останется от его возможного платежа банку (по первой схеме) после уплаты арендной платы за съемную квартиру. За сколько месяцев в этом случае Вася сможет накопить на квартиру, если считать, что стоимость ее не изменится?

18 Найдите все значения $a \in [-1; 0]$, при каждом из которых хотя бы одно значение x , удовлетворяющее условию $-3 < x < -2,5$ является решением уравнения

$$|x - 3a| + |x - 5a| = -2a.$$

19

Конечная последовательность a_1, a_2, \dots, a_n состоит из $n \geq 3$ необязательно различных натуральных чисел, причём при всех натуральных $k \leq n - 2$ выполнено равенство

$$a_{k+2} = 2a_{k+1} - a_k - 1.$$

- а) Приведите пример такой последовательности при $n = 5$, в которой $a_5 = 4$.
- б) Может ли в такой последовательности некоторое натуральное число встретиться три раза?
- в) При каком наибольшем n такая последовательность может состоять только из двузначных чисел?