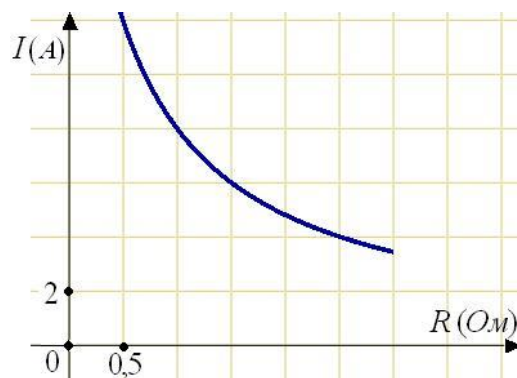


Вариант 5

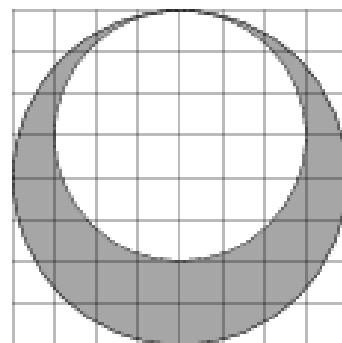
Часть 1

1 (323514) Одного рулона обоев хватает для оклейки полосы от пола до потолка шириной 1,6 м. Сколько рулонов обоев нужно купить для оклейки прямоугольной комнаты размерами 2,3 м на 4,1 м?

2 (263866) Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя – чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Омах), на оси ординат – сила тока в Амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 6 Ампер. На сколько Ом при этом увеличилось сопротивление цепи?



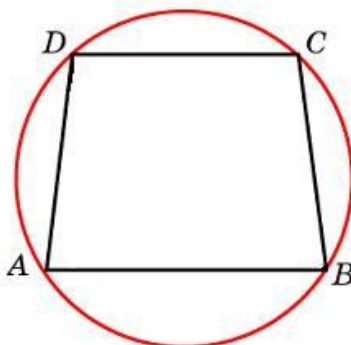
3 (315124) На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 9. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



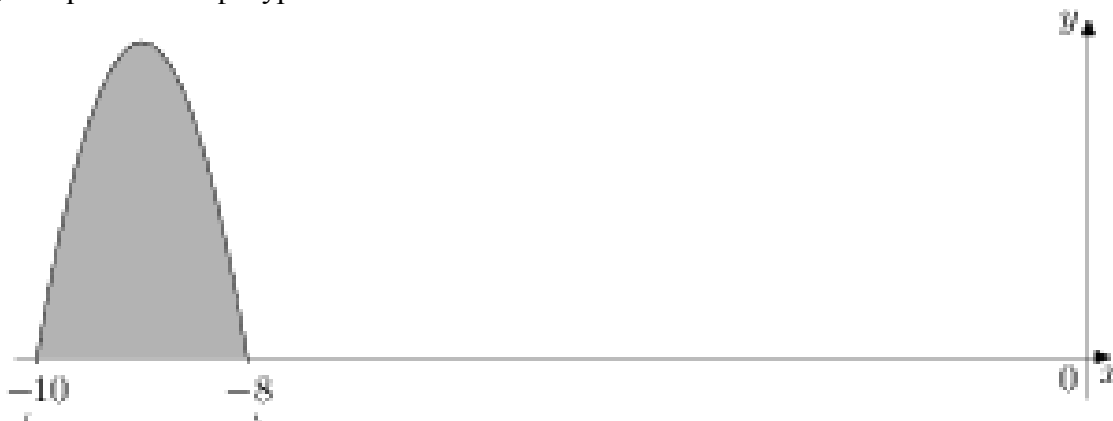
4 (320210) Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

5 (315120) Найдите корень уравнения $\log_8 2^{8x-4} = 4$.

6 (27926) Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Найдите высоту трапеции.



- 7 (323080) На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = -x^3 - 27x^2 - 240x - 8$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



- 8 (245352) Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.

Часть 2

- 9 (77415) Найдите значение выражения $\log_a(ab^3)$, если $\log_b a = \frac{1}{7}$.

- 10 (319860) Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от -2 до 2 .

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — впятеро дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{5In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

- 11 (323856) Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут? Ответ дайте в км/ч.

- 12 (315127) Найдите наименьшее значение функции $e^{2x} - 6e^x + 3$ на отрезке $[1; 2]$.

13 а) Решите уравнение $1 + \log_2(9x^2 + 5) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 + 14}$.

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-1; \frac{8}{9}\right]$.

14 Косинус угла между боковой гранью и основанием ABC правильной треугольной пирамиды $SABC$ равен $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

а) В каком отношении ребро SB делится перпендикулярной ему плоскостью, проходящей через точку A ?

б) Найдите угол между боковыми гранями пирамиды.

15 Решите неравенство

$$\frac{11 - 5^{x+1}}{25^x - 5(35 \cdot 5^{x-2} - 2)} \geq 1,5.$$

16 Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 10$.

17 У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 500 ц/га.

Фермер может продать картофель по цене 5000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 8000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|\sin^2 x + 2\cos x + a| = \sin^2 x + \cos x - a$$

имеет на промежутке $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ единственный корень.

Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку – целое число баллов от 0 до 12 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг кинофильма – это среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг кинофильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое пяти оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{25}$?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{35}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.