

# ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БУКВЕННЫХ ВЫРАЖЕНИЙ - ПРАКТИКУМ

## Листок 5

### 1. Дробно-рациональные

Упростить выражение

1)  $(a - \frac{4a-9}{a-2}) : (2a - \frac{2a}{a-2})$

Ответ:  $\frac{a-3}{2a}$

2)  $(\frac{2x}{2x+y} - \frac{4x^2}{4x^2+4xy+y^2}) : (\frac{2x}{4x^2-y^2} + \frac{1}{y-2x})$

Ответ:  $\frac{2xy-4x^2}{2x+y}$

3)  $(\frac{x+5y}{x^2-5xy} - \frac{x-5y}{x^2+5xy})(\frac{25y^2-x^2}{5y^2})$

Ответ:  $-\frac{4}{y}$

4)  $\frac{x-3}{4x^2+24x+36} : (\frac{x}{3x-9} - \frac{3}{x^2+3x} + \frac{x^2+9}{27-3x^2})$

Ответ:  $\frac{x}{4(x+3)}$

5)  $(\frac{c}{c-2} - \frac{c}{c+2} - \frac{c^2+4}{4-c^2}) * \frac{(2-c)^2}{2c+c^2}$

Ответ:  $\frac{c-2}{c}$

6)  $\frac{x+40}{x^3-16x} : (\frac{x-4}{3x^2+11x-4} - \frac{16}{16-x^2})$

Ответ:  $\frac{3x-1}{x^2}$

7)  $(\frac{a}{a^2-2a+1} - \frac{a+2}{a^2+a-2}) : \frac{1}{(2a-2)^2}$

Ответ:  $\frac{4}{a}$

8)  $\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}} * (1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}) : \frac{a-b-c}{abc}$

Ответ:  $\frac{a(a-b-c)}{2}$

9)  $\frac{\frac{a-b}{2a-b} - \frac{a^2+b^2+a}{2a^2+ab-b^2}}{(4b^4+4ab^2+a^2):(2b^2+a)}(b^2 + b + ab + a)$

Ответ:  $\frac{(b+1)}{b-2a}$

10)  $(\frac{25}{b^2-5b+25} + \frac{2b}{5+b} - \frac{b^3-25b^2}{b^3+125})(b + 5 - \frac{15b}{b+5})\frac{1}{b+5}$

Ответ: 1

### 2. С корнями

Упростить выражение

1)  $\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a-b)} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{ab}}{a-b}$

Ответ: 1

2)  $[\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - (\frac{a-b}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}})^{-1}] * \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{4\sqrt{ab}}$

Ответ:  $\frac{1}{4}$

3)  $(\frac{1}{2+2\sqrt{a}} + \frac{1}{2-2\sqrt{a}} - \frac{a^2+1}{1-a^2}) * (1 + \frac{1}{a})$

Ответ: 1

4)  $(\frac{1}{(\sqrt{a})^{-1}(\sqrt{a}-6)} - \frac{3}{\sqrt{a}+6} + \frac{a}{36-a}) * (\frac{1}{\sqrt{a}-6})^{-1}$

Ответ: 3

5)  $(\frac{a-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}} - \frac{2}{a^{\frac{3}{2}}} - \frac{1-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}}) * \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}}$

Ответ: 1

$$6) \left( \frac{1+\sqrt{1-x}}{1-x+\sqrt{1-x}} - \frac{1-\sqrt{1+x}}{1+x-\sqrt{1+x}} \right)^2 * \frac{x^2-1}{2} + \sqrt{1-x^2}$$

Ответ:  $-\frac{1}{2}$

$$7) \left( \frac{x+\sqrt{x^2-4x}}{x-\sqrt{x^2-4x}} - \frac{x-\sqrt{x^2-4x}}{x+\sqrt{x^2-4x}} \right) : \frac{\sqrt{x^2-4x}}{3}$$

Ответ: 3

### Домашняя работа

#### Упростить выражение

$$1) \frac{2(x^4+4x^2-12)+x^4+11x^2+30}{x^2+6}$$

Ответ:  $3x^2 + 1$

$$2) \left( \left( \frac{x}{y-x} \right)^{-2} - \frac{(x+y)^2-4xy}{x^2-xy} \right)^2 * \frac{x^4}{x^2y^2-y^4}$$

Ответ:  $\frac{x-y}{x+y}$

$$3) \left( \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b+c} \right) : \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b+c} \right) \right) : \left( 1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \right)$$

Ответ:  $\frac{2bc}{(b+c-a)^2}$

$$4) \left( \left( \frac{x^2}{y^3} + \frac{1}{x} \right) : \left( \frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right) \right) : \frac{(x-y)^2+4xy}{1+yx^{-1}}$$

Ответ:  $\frac{1}{xy}$

$$5) \frac{2b+a-\frac{4a^2-b^2}{a}}{b^3+2ab^2-3a^2b} * \frac{a^3b-2a^2b^2+ab^3}{a^2-b^2}$$

Ответ:  $\frac{a-b}{a+b}$

$$6) \frac{\left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2c}{ab} \right) (a+b+2c)}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} - \frac{4c^2}{a^2b^2}}$$

Ответ:  $a^2b^2$

$$7) \left( \frac{1}{t^2+3t+2} + \frac{2t}{t^2+4t+3} + \frac{1}{t^2+5t+6} \right)^2 * \frac{(t-3)^2+12t}{2}$$

Ответ: 2

$$8) \frac{(a-b)^2+ab}{(a+b)^2-ab} : \frac{a^5+b^5+a^2b^3+a^3b^2}{(a^3+b^3+a^2b+ab^2)(a^3-b^3)}$$

Ответ:  $a - b$

$$9) \left( \frac{9}{n^2+3n+9} - \frac{2n}{3-n} - \frac{n^3+15n^2}{n^3-27} \right) * \left( n - 3 + \frac{9n}{n-3} \right) * \frac{1}{n-3}$$

Ответ: 1

$$10) \left( \frac{16}{x^2-4x+16} + \frac{2x}{x+4} - \frac{x^3-20x^2}{x^3+64} \right) * \left( x + 4 - \frac{12x}{x+4} \right) * \frac{1}{x+4}$$

Ответ: 1

$$11) \left( \frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) : (a-b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

Ответ: 1

$$12) \left( \frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) * \left( \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b} \right)^2$$

Ответ: 1

$$13) \frac{x^3+y^3}{x+y} : (x^2 - y^2) + \frac{2y}{x+y} - \frac{xy}{x^2-y^2}$$

Ответ: 1

$$14) (1 - a^2) : \left[ \left( \frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) * \left( \frac{1+a\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a} \right) \right] - \frac{2}{1-a}$$

Ответ:  $-\frac{1}{2}$

$$15) \left( \frac{a^3+2\sqrt{2}}{4a} \right)^{-1} * \left( \frac{a}{2} + \frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) * \left( \frac{8}{a+\sqrt{2}} \right)^{-1}$$

Ответ:  $\frac{1}{4}$

$$16) \frac{\sqrt{a+a}}{\sqrt{a}} - \frac{a-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{1-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{2}{a^{\frac{3}{2}}}$$

Ответ: 1

$$17) \left( \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}} \right) * \frac{a^{\frac{3}{2}}*b^{\frac{1}{2}}}{a+b} - \frac{2a}{a-b}$$

Ответ: 0

$$18) \left( \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}} \right) * \frac{x\sqrt{xy}}{x+y} - \frac{2y}{x-y}$$

Ответ: 2

$$19) \frac{x-2}{\sqrt{2}} * (\sqrt{2} + \sqrt{x} - \frac{x+6}{\sqrt{x+\sqrt{2}}}) : (x^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}})^2$$

Ответ: 2

$$20) \left( \frac{a^2 - a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} + ab^{\frac{1}{2}} \right) : (a + a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}) - \sqrt{b}^2 * \frac{1}{4a}$$

Ответ:  $\frac{1}{4}$

$$21) \left[ \left( \frac{a + \sqrt[4]{ab^3}}{\sqrt{a + \sqrt[4]{ab}}} - \sqrt[4]{ab} \right) - \frac{a-b}{\sqrt{a-b}} \right] * (\sqrt[4]{ab})^{-1}$$

Ответ: -2

$$22) \left( \frac{(\sqrt{a+1})^2 - (a - \sqrt{ax}) : (\sqrt{a} - \sqrt{x})}{(\sqrt{a+1})^3 - a\sqrt{a+2}} \right) - 3$$

Ответ: 27

### 3. Продолжение

$$1) \text{ Подсчитать } x^3 + 3x, \text{ где } x = \sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \frac{1}{(\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2})}$$

Ответ: 4

$$2) \left[ \frac{a^2 - b\sqrt{bab}}{a - \sqrt{ab}} - \frac{1}{(a+b)^{-1}} \right] * 2(ab)^{-\frac{1}{2}}$$

Ответ: 2

$$3) \left( \frac{a^2 + 3a\sqrt{ab} + 3ab + b\sqrt{ab}}{a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a} + b\sqrt{b}} - \frac{a + \sqrt{ab}}{\sqrt{b}} \right) * a^{-\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}$$

Ответ: 0

$$4) \frac{16\sqrt[3]{x^2} + 72\sqrt[3]{xy} + 81\sqrt[3]{y^2}}{56\sqrt[3]{x^2} + 138\sqrt[3]{xy} + 27\sqrt[3]{y^2}} : \frac{4\sqrt[3]{x} + 9\sqrt[3]{y}}{28\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[3]{y}}$$

Ответ: 2

$$5) (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$$

Ответ:  $a^8 + a^4b^4 + b^8$

$$6) \text{ Доказать, что выражение неотрицательно } (x - y)(x - y - 6) + 9$$

$$7) \text{ Разложить } (a + b - 2)(a + b) - (a - b)^2 + 1$$

Ответ:  $(2b - 1)(2a - 1)$

$$8) \text{ Упростить } (a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)(a^{16} + b^{16})(a^{32} + b^{32}), \text{ если } a = b + 1$$

Ответ:  $a^{64} - b^{64}$

$$9) \text{ Решить уравнение } x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$$

Ответ:  $(t, t, t)$ , где  $t$  - любое число

$$10) \frac{x^{47} + x^{46} + \dots + x + 1}{x^{15} + x^{14} + \dots + x + 1}$$

Ответ:  $1 + x^{16} + x^{32}$

$$11) \left[ \left( 1 - \frac{1+z}{1+\sqrt[3]{z}} \right) : (\sqrt{z}(1 - \sqrt[3]{z})) - \frac{(1-z)(\sqrt[3]{z}-1)}{1+\sqrt{z}} \right]^3 - z$$

$$12) \text{ Найти все значения, удовлетворяющие равенству } (x - y + z)^2 = x^2 - y^2 + z^2$$

Ответ:  $(t, t, z), (x, t, t)$ , где  $t, x, z$  - любые числа

### 4. Преобразование более сложных выражений

$$1) \sqrt{6m + 2\sqrt{9m^2 - n^2}} - \sqrt{6m - 2\sqrt{9m^2 - n^2}} - 2\sqrt{3m - n}$$

Ответ: 0

$$2) \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}} - 3\sqrt{2}$$

Ответ: 5

$$3) \sqrt{57 - 40\sqrt{2}} - \sqrt{57 + 40\sqrt{2}}$$

Ответ:  $-10$

4)  $\sqrt[3]{26 - 15\sqrt{3}}(2 + \sqrt{3})$

Ответ:  $0$

5)  $\frac{11-6\sqrt{2}}{\sqrt[3]{45-29\sqrt{2}}} + \sqrt{2}$

Ответ:  $3$

**5. Освобождение от иррациональности в знаменателе**

1)  $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

2)  $\frac{1}{\sqrt{a}}$

3)  $\frac{1}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}$

4)  $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt[3]{b}}$

5)  $\frac{1}{1-\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

6)  $\frac{1}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}}$

7) При каком значении  $a$  выражение  $\sqrt{\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{7}-2}} + a$  равно  $0$ ?