

Чередование

Задача 19.1. 20 разноцветных фишек поставлены в ряд. Разрешается менять местами любые две фишки, стоящие через одну. Можно ли таким способом поставить фишки в обратном порядке?

Задача 19.2. Катя и ее друзья встали по кругу. Оказалось, что оба соседа каждого ребенка одного пола. Мальчиков среди Катиных друзей пять. А сколько девочек?

Задача 19.3. Из книги выпал кусок и потерялся. Номер последней страницы перед выпавшим куском — 238, номер первой страницы после выпавшего куска записывается теми же цифрами, но в другом порядке. Сколько листов выпало?

Задача 19.4. Голодный удав разлегся вокруг камня и с голодухи прикусил свой хвост. В это время проходивший мимо кролик, пользуясь беспомощностью удава, начал издеваться над ним, перепрыгивая через удава на камень и обратно. Но через некоторое время ему это надоело, и он пошел домой, где заявил, что ровно 99 раз перепрыгнул через бедное животное. Докажите, что он заблуждается.

Задача 19.5. Дядька Черномор написал на листке число 20. Каждый из 33 богатырей стирал имеющееся на листке число и записывал вместо него число на единицу больше или меньше. Могло ли в итоге на листке оказаться число 10?

Задача 19.6. Вдоль забора растут восемь кустов малины. Число ягод на соседних кустах отличается на три. Может ли на всех кустах быть вместе 225 ягод?

Задача 19.7. По кругу посажены 19 кустов ландышей. Докажите, что обязательно найдутся два соседних куста, сумма колокольчиков на которых четна.

Задача 19.8. Можно ли выписать по разу цифры от 1 до 9 в таком порядке, чтобы между единицей и двойкой, двойкой и тройкой, ..., восьмеркой и девяткой стояло по нечетному количеству цифр?

Задача 19.9. В ряд выписаны числа от 1 до 9. Можно ли расставить между ними знаки «+» и «−» так, чтобы значение полученного выражения равнялось 1? А нулю?

Задача 19.10. Саша, Боря и Вася участвовали в забеге. Вася задержался на старте и выбежал последним, а Боря — вторым. Во время бега Вася шесть раз менялся местами с другими участниками, а Саша пять раз. Боря финишировал раньше Саши. В каком порядке финишировали спортсмены?

Домашнее задание.

Задача 19.11. На вешалке висят 20 платков. 17 девочек по очереди подходят к вешалке, и каждая либо снимает, либо вешает ровно один платок. Может ли после ухода девочек на вешалке остаться 10 платков?

Задача 19.12. По кругу написано 7 целых чисел. Может ли оказаться, что сумма любых двух соседних из них нечетна? Ответ объясните.

Задача 19.13. На доске написано 12. В течение каждой минуты число либо умножают, либо делят либо на 2, либо на 3, и результат записывают на доску вместо исходного числа. Докажите, что число, которое будет написано на доске ровно через час, не будет равно 54.

Задача 19.14. Саша, Боря и Игорь играли в настольный теннис «на вылет» (игрок, проигравший партию, уступает место игроку, не участвовавшему в ней). В итоге оказалось, что Саша сыграл 10 партий, а Боря — 21. Сколько партий сыграл Игорь?

Дополнительные задачи.

Задача Д19.1. Петя вынимает из мешка чёрные и красные карточки и складывает их в две стопки. Класть карточку на другую карточку того же цвета запрещено. Десятая и одиннадцатая карточки, выложенные Петей, — красные, а двадцать пятая — чёрная. Какого цвета двадцать шестая выложенная карточка?

Задача Д19.2. По кругу стоит 101 коробка, в каждой из которых лежат черные и белые шарики. На каждой коробке написано, сколько в ней черных шариков и сколько белых. Петя хочет переложить из каждой коробки по одному шарiku в следующую (по часовой стрелке) коробку так, чтобы обе надписи на каждой из коробок стали неверными. Сможет ли он это сделать?

Задача Д19.3. У куба отмечены вершины и центры граней, а также проведены диагонали всех граней. Можно ли по отрезкам этих диагоналей обойти все отмеченные точки, побывав в каждой из них ровно один раз?