

## Графы

**Задача 17.1.** В деревне 9 домов. Известно, что у Петра соседи — Иван и Антон, Максим — сосед Ивану и Сергею, Виктор — Диме и Никите. По соседству живут Евгений с Никитой, Иван с Сергеем, Евгений с Димой, Сергей с Антоном, причем больше соседей в этой деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий участок забора). Может ли Петр огородами пробраться к Никите за яблоками?

**Задача 17.2.** В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов делится на 3. Можно ли долететь с пересадками из города 1 в город 9?

**Задача 17.3.** В Тридевятом царстве 33 города, из каждого города выходит 4 дороги в другие города государства. Каждый из въездов в любой город охраняет стражник. Сколько всего стражников охраняют въезды в один город? Сколько всего стражников нужно задействовать для охраны всех въездов во все города царства? Сколько всего дорог в Тридевятом царстве?

**Задача 17.4.** В компьютерном классе 22 компьютера. Для создания надежной компьютерной сети директор распорядился соединить их проводами так, чтобы каждый компьютер был соединен проводами ровно с тремя другими. На то, чтобы правильно подключить провод к компьютеру, лаборант тратит 2 минуты. Сколько времени необходимо лаборанту на подключение всех проводов к одному компьютеру? Ко всем компьютерам? Сколько всего проводов понадобится для выполнения распоряжения директора? Зависит ли это количество от способа соединения компьютеров?

**Задача 17.5.** В шахматном турнире по круговой системе (каждый играет с каждым по одной партии) участвует 11 человек. Сколько партий должен сыграть каждый участник? Сколько всего партий должно быть сыграно за время турнира?

**Задача 17.6.** В некоторый момент турнира (см. предыдущую задачу) оказалось, что каждый участник сыграл ровно 6 партий. Сколько всего партий к этому моменту оказалось сыграно в турнире?

**Задача 17.7.** На космическом корабле 11 марсиан, у каждого марсианина три руки. Могут ли все они взяться за руки?

**Задача 17.8.** Занятия кружка по математике посещает 17 человек. Может ли случиться так, что каждая девочка знакома ровно с 3 из кружковцев,

а каждый мальчик ровно с 5?

**Задача 17.9.** В шахматном турнире по круговой системе участвуют семь школьников. Известно, что Ваня сыграл шесть партий, Толя — пять, Леша и Дима по три, Семен и Илья по две, Женя — одну. С кем сыграл Леша?

**Задача 17.10.** В городе любая улица соединяет две площади, а от каждой площади отходит ровно пять улиц. Докажите, что количество площадей в городе четно, а количество улиц делится на 5.

### Домашнее задание.

**Задача 17.11.** Между 9 планетами Солнечной систему планируется ввести космическое сообщение с помощью ракет по следующим маршрутам: Земля-Меркурий, Плутон-Венера, Земля-Плутон, Плутон-Меркурий, Меркурий-Венера, Уран-Нептун, Нептун-Сатурн, Сатурн-Юпитер, Юпитер-Марс и Марс-Уран. Можно ли будет добраться с Земли до Марса?

**Задача 17.12.** В парке 17 беседок, от каждой беседки отходит четыре дорожки к четырем другим беседкам. Администрация парка решила вдоль каждой дорожки поставить скамейку. Сколько всего скамеек необходимо для этого заказать?

**Задача 17.13.** В городе Маленьком 15 телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы каждый был соединен ровно с пятью другими?

**Задача 17.14.** Перед первым уроком в класс приходили школьники, некоторые из которых обменивались рукопожатиями друг с другом. Докажите, что к моменту начала первого урока количество школьников, сделавших нечетное число рукопожатий, обязательно окажется четным.

## Дополнительные задачи.

**Задача Д17.1.** В царстве 20 городов, которые как-то соединены дорогами, причем из любого города можно проехать в любой другой. Царь пообещал разделить царство на два так, чтобы в каждой части было хотя бы 5 городов. А еще он хочет, чтобы между городами каждого из «полцарств» можно было перемещаться, не заезжая в города другого «полцарства». Всегда ли он сможет поделить так царство?

**Задача Д17.2.** Между городами области проведено 120 дорог. Из любого города в любой другой можно проехать по этим дорогам. Все дороги надо распределить между 3 бригадами ремонтников так, чтобы каждая бригада ремонтировала не менее 25 дорог и могла передвигаться по своим дорогам, не пользуясь чужими. При любой ли схеме дорог их можно так распределить между бригадами?

**Задача Д17.3.** Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутков белого цвета?