

Признаки делимости

Задача 16.1. Простое или составное число 123456789? Изменится ли ответ, если в числе произвольным образом переставить цифры?

Задача 16.2. Объясните с помощью признаков делимости (не проводя умножения), почему каждое из равенств неверно: **а)** $638 \cdot 46 = 29347$; **б)** $185 \cdot 29 = 5363$; **в)** $234 \cdot 37 = 8558$.

Задача 16.3. Найдите цифры сотен и единиц числа $7*4*$, если известно, что оно делится на 90.

Задача 16.4. К числу 15 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15. Найдите все такие числа.

Задача 16.5. Чему равно 5^3 ? Делится ли число $10^{2013} + 8$ на 9?

Задача 16.6. Математик вычислил произведение чисел от 1 до 35 и записал его: 10333147966386144929 * 66651337523200000000. Однако одна из цифр оказалась написана неразборчиво, она отмечена звездочкой. Найдите эту цифру.

Задача 16.7. Ковбой Билл зашел в бар и попросил у бармена бутылку виски за 3 доллара и шесть коробков непромокаемых спичек, цену которых он не знал. Бармен потребовал с него 11 долларов 80 центов (в 1 долларе 100 центов), и в ответ на это Билл вытащил револьвер. Тогда бармен пересчитал стоимость покупки и исправил ошибку. Как Билл догадался, что бармен пытался его обсчитать?

Задача 16.8. Петя и Вася по очереди выписывают на доску ненулевые цифры до тех пор, пока не получится десятизначное число. Первую цифру выписывает Петя, вторую цифру пишет Вася, и так далее. Вася хочет, чтобы полученное число делилось на 9, а Петя хочет ему помешать. Кто из них победит в такой игре?

Задача 16.9. Незнайка перемножил все числа от 1 до 100. Подсчитал сумму цифр произведения. У полученного числа он снова подсчитал сумму цифр и т.д. В конце концов получилось однозначное число. Какое?

Задача 16.10. Петя считает, что если число делится на 27, то и его сумма цифр делится на 27. Вася считает, что если сумма цифр числа делится на 27, то и число делится на 27. Кто из них прав?

Домашнее задание.

Задача 16.11. Сколько имеется четырехзначных чисел, которые делятся на 45, а две соседние цифры у них 97?

Задача 16.12. Какие две цифры необходимо зачеркнуть в числе 123456789, чтобы получившееся семизначное число делилось на 18? Укажите все возможные варианты.

Задача 16.13. Может ли произведение числа на сумму его цифр равняться 1200?

Задача 16.14. Можно ли из четырех нулей, четырех единиц и четырех двоек составить двенадцатизначное число, которое было бы полным квадратом?

Дополнительные задачи.

Задача Д16.1. У Володи было больше орехов, чем у Павлика. Если бы Володя отдал Павлику столько же орехов, сколько у того было, то у обоих мальчиков орехов стало бы поровну. Но вместо этого Володя дал Павлику совсем немного орехов (не больше пяти), а остальные поровну разделил между тремя белками. Сколько орехов Володя дал Павлику?

Задача Д16.2. Скупой рыцарь хранит золотые монеты в шести сундуках. Однажды, пересчитывая их, он заметил, что если открыть любые два сундука, то можно разложить лежащие в них монеты поровну в эти два сундука. Еще он заметил, что если открыть любые 3, 4 или 5 сундуков, то тоже можно переложить лежащие в них монеты таким образом, что во всех открытых сундуках станет поровну монет. Тут ему почудился стук в дверь, и старый скряга так и не узнал, можно ли разложить все монеты поровну по всем шести сундукам. Можно ли, не заглядывая в заветные сундуки, дать точный ответ на этот вопрос?

Задача Д16.3. Найдите восемь таких натуральных чисел таких, что сумма любых семи из них делится на оставшееся число?