

## Четные и нечетные числа

**Задача 11.1.** а) Чему равна сумма нескольких четных чисел? А нескольких нечетных? От чего это зависит? б) В каком случае произведение нескольких целых чисел будет нечетно, а в каких — четно?

**Задача 11.2.** Можно ли доску  $5 \times 5$  разрезать на доминошки  $1 \times 2$ ?

**Задача 11.3.** У Пети есть четыре палочки длиной 1 см, две палочки длины 2 см, семь палочек длины 3 см и пять палочек длины 4 см. Он хочет сложить из них прямоугольник, использовав все палочки. Удастся ли ему это?

**Задача 11.4.** Можно ли заплатить без сдачи 25 рублей девятью купюрами в 1, 3 и 5 рублей? А десятью купюрами?

**Задача 11.5.** Может ли число, составленное только из четвёрок, делиться на число, составленное только из троек? А наоборот?

**Задача 11.6.** Группу ребят в детском саду построили парами, причем каждый оказался с кем-либо в паре. Петя посчитал, что мальчиков в группе на 5 больше, чем девочек. Объясните, почему Петя ошибся.

**Задача 11.7.** Можно ли расставить в клетках таблицы размером  $4 \times 4$  натуральные числа так, чтобы суммы чисел, стоящих в каждой строке, и произведения чисел, стоящих в каждом столбце, были нечетны?

**Задача 11.8.** Сумма пяти чисел равна 200. Докажите, что их произведение не может оканчиваться на 1999.

**Задача 11.9.** Можно ли разбить первые 50 натуральных чисел на две группы из 24 и 26 чисел так, чтобы суммы чисел в каждой группе были равны?

**Задача 11.10.** а) Аборигены поймали Кука и просят за его выкуп ровно 455 рупий пятьюдесятью монетами. Смогут ли соратники Кука выкупить его на таких условиях, если в тех краях имеют хождение только монеты в 5, 17 и 31 рупии? б) А если бы аборигены хотели получить сумму в 910 рупий пятьюдесятью монетами по 10, 34 и 62 рупии?

### Домашнее задание.

**Задача 11.11.** На клетчатый лист бумаги размерам  $30 \times 55$  клеток пролили чернила. Могло ли после этого оказаться так, что испачканных клеток оказалось на 117 больше, чем чистых?

**Задача 11.12.** Сумму двух чисел умножили на их произведение. Могло ли получиться число 179179?

**Задача 11.13.** Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется — определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнять их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты. **а)** Придумайте, как Лисе разложить конфеты по кучкам так, чтобы съесть ровно 80 конфет (ни больше, ни меньше). **б)** Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 65 конфет?

**Задача 11.14.** В начале времен в Ачухонии жили 100 рыцарей, 99 принцесс и 101 дракон. Рыцари убивают драконов, драконы едят принцесс, а принцессы изводят до смерти рыцарей. Древнее заклятие запрещает убивать того, кто сам погубил нечетное число других жителей. Сейчас в Ачухонии остался всего один житель. Кто это?

## Дополнительные задачи.

**Задача 11.1.** Может ли сумма трех целых чисел равняться 201, а их произведение 30030?

**Задача 11.2.** На доске написаны числа 1, 2, 4, 8. Разрешается либо умножить любое число на 3 и результат записать на доске вместо исходного числа, либо прибавить 1 к любым двум числам на доске и записать полученные числа вместо исходных. Можно ли в результате этих операций получить четыре числа, произведение которых будет равно 200720082009?

**Задача 11.3.** Квадрат  $1000 \times 1000$  несколькими прямыми, параллельными его сторонам, разбит на прямоугольные части. Каждая из этих частей состоит из клеточек  $1 \times 1$ . Образовавшиеся прямоугольники раскрашены в шахматном порядке. Докажите, что количество черных клеточек  $1 \times 1$  четно.