

Решаем с конца

Задача 3.1. Толя задумал число. Он прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 3, умножил на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил число 2. Какое число задумал Алеша?

Задача 3.2. Алеша пошел в магазин и потратил половину имевшихся денег на молоко и сыр. Доехав на автобусе за 3 рубля до книжного магазина, он купил книгу. На нее он потратил половину оставшихся денег и еще 1 рубль. Подсчитав оставшиеся деньги, Алеша половину из них истратил на тетради, а 4 рубля — на мороженое. В итоге у него осталось 3 рубля на обратный билет. Сколько всего денег было у Алеши?

Задача 3.3. Девочки пришли на праздник в платьях трёх цветов: белых, розовых и жёлтых. Чтобы сделать красивую фотографию, фотограф сначала расставил в ряд девочек в белых платьях, а затем в каждый промежуток между ними поставил по девочке в розовом платье. Наконец, в каждый промежуток между уже стоящими девочками встало по одной девочке в жёлтом платье. В итоге сфотографировалась 41 девочка. Сколько девочек пришли на праздник в белых платьях?

Задача 3.4. Предложил чёрт лодырю: «Всякий раз, как перейдёшь этот волшебный мост, твои деньги удваиваются. За это ты, перейдя мост, должен будешь отдать мне 40 рублей.» Трижды перешёл лодырь мост — и остался совсем без денег. Сколько денег было у лодыря первоначально?

Задача 3.5. За круглым столом сидят Алик, Боря, Саша и Дима. У каждого из них есть по несколько яблок. Сначала Алик дал каждому из остальных по столько яблок, сколько тот уже имел (тем самым удвоив число яблок у всех, кроме себя). После этого Боря сделал то же самое, затем Саша, и, наконец, Дима. После этого у всех оказалось по 32 яблока. Сколько у кого было яблок в начале?

Задача 3.6. В озере растут лотосы. За сутки каждый лотос делится пополам, и вместо одного лотоса появляются два. Ещё через сутки каждый из получившихся лотосов делится пополам и так далее. Через 30 суток озеро полностью покрылось лотосами. Через какое время озеро было заполнено наполовину?

Задача 3.7. Над цепочкой озёр летели гуси. На каждом садилась половина подлетевших к этому озеру гусей и ещё полгуся, остальные летели дальше. Все сели на 7 озёрах. Сколько было гусей?

Задача 3.8. Все натуральные числа от 1 до 1000 выписали в следующем порядке. Сначала были выписаны в порядке возрастания числа, сумма

цифр которых равна 1, затем (также в порядке возрастания) — числа, сумма цифр которых равна 2, потом — числа, сумма цифр которых равна 3, и т. д. На каком месте оказалось число 996?

Задача 3.9. Клетчатая доска 8×8 выложена плитками домино 1×2 . Докажите, что какие-то две из них образуют квадрат из четырёх клеток.

Задача 3.10. Из числа вычли сумму его цифр. Из полученного числа вновь вычли сумму его (полученного числа) цифр, и так делали снова и снова. После 11 таких вычитаний впервые получился нуль. С какого числа начали? Задача имеет несколько вариантов ответа, найдите их все.

Домашнее задание.

Задача 3.11. За булочками в столовой выстроилась очередь. Булочки задерживались, и в каждый промежуток между стоящими успело влезть по человеку. Булочки все ещё не начали выдавать, и во все промежутки опять влезло по человеку. Тут наконец принесли 85 булочек, и всем стоящим досталось по одной. Сколько человек стояли в очереди первоначально?

Задача 3.12. Мама положила на стол сливы и сказала детям, чтобы они, вернувшись из школы, разделили их поровну. Первой пришла Аня, взяла треть слив и ушла. Потом вернулся из школы Боря, взял треть оставшихся слив и ушел. Затем пришел Витя и взял 4 сливы — треть от числа слив, которые он увидел. Сколько слив оставила мама?

Задача 3.13.

Медведь с базара плюшки нес,
Но на лесной опушке
Он половину плюшек съел
И плюс еще полплюшки.

Стемнело, он ускорил шаг
И на крыльце избушки
Он снова пол-остатка съел
И плюс еще полплюшки.

Шел-шел, уселся отдохнуть
И под «ку-ку» кукушки
Он снова половину съел
И плюс еще полплюшки.

С пустой кошелькою, увы!
Шагнул он в дом уныло.
Хочу, чтоб мне сказали вы,
А сколько плюшек было?

Задача 3.14. Натуральное число можно умножать на два и произвольным образом переставлять в нем цифры (запрещается лишь ставить ноль на первое место). Можно ли превратить число 1 в число 631 с помощью таких операций?

Дополнительные задачи.

Задача Д3.1. Умная Маша задумала натуральное число. Каждый раз она прибавляет к числу его предпоследнюю цифру. Через 99 минут она получила 56789. Докажите, что она ошиблась.

Задача Д3.2. За круглым столом сидят 4 гнома. Перед каждым стоит кружка с молоком. Один из гномов переливает четверть своего молока соседу справа. Затем сосед справа делает то же самое. Затем то же самое делает следующий сосед справа и, наконец, четвертый гном четверть оказалшегося у него молока наливает первому. Во всех кружках вместе молока 2л. Сколько молока было первоначально в кружках, если **а)** в конце у всех гномов молока оказалось поровну? **б)** в конце у всех гномов оказалось молока столько, сколько было в начале?

Задача Д3.3. В последовательности 19752... каждая цифра, начиная с пятой, равна последней цифре суммы предыдущих четырёх цифр. Встретится ли в этой последовательности: **а)** набор цифр 1234; 3269; **б)** вторично набор 1975; **в)** набор 8197?